

Programa de  
**Matemática Aplicada**

Código/s: FB20

**Identificación y características de la Actividad Curricular**

|                      |  |                     |             |
|----------------------|--|---------------------|-------------|
| Carrera/s:           | Ingeniería Electrónica, Ingeniería Eléctrica |                     |             |
| Plan de Estudios:    | 2014   | Carácter:           | Obligatoria |
| Bloque/Campo:        | Ciencias Básicas                             | Área:               | Matemática  |
| Régimen de cursado:  | Cuatrimestral                                |                     |             |
| Cuatrimestre:        | 4° [ECA], 5° [ETA]                           |                     |             |
| Carga horaria:       | 80 hs. / 5 hs. semanales                     | Formato curricular: | Asignatura  |
| Escuela:             | Formación Básica                             | Departamento:       | Matemática  |
| Docente responsable: | KURDOBRIN, Alicia                            |                     |             |


**Programa Sintético**

Funciones complejas. Integración de funciones complejas. Series en el campo complejo. Singularidades y residuos. Transformación de Laplace y Transformación de Fourier. Introducción a los métodos de resolución numérica de ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias.

**Asignaturas Relacionadas**

Previas: [ECA]: FB7 - Informática, FB8 - Cálculo III, FB18 - Cálculo IV  
 [ETA]: FB4 - Representación Gráfica, FB8 - Cálculo III, FB9 - Álgebra Lineal, FB18 - Cálculo IV

Vigencia desde 2015

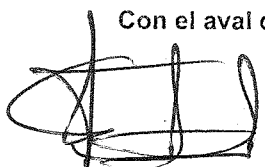
  
 Firma Profesor


3/10/14  
 Fecha


  
 Prof. Arq. RUBEN DARIO MORELLI  
 DIRECTOR  
 ESC. de FORMACIÓN BÁSICA  
 Firma Aprob.: Escuela

16/10/14  
 Fecha

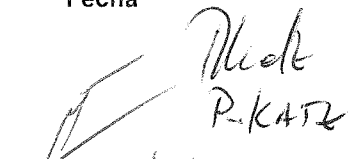
Con el aval del Consejo Asesor:

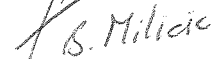
  
 FISCHFELD

  
 G. LOMBARDO


  
 A. ROSCIO


  
 V. LEONI

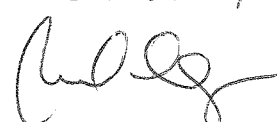
  
 P. KATZ

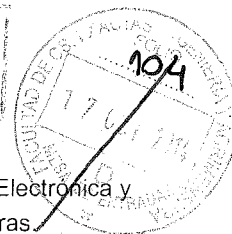
  
 S. MILICIC

  
 M. MEDINA

  
 H. LOMBARDO

  
 J. SORRIBAS

  
 AGUIRRE



## Características generales

La asignatura se ubica en el 4° semestre de la carrera (2° semestre del segundo año) de Ingeniería Electrónica y en el 5° semestre de Ingeniería Eléctrica (1° semestre del tercer año). Es específica para dichas carreras.

Contribuye a completar la formación matemática del estudiante y utiliza un enfoque aplicado a ejemplos de interés directo en asignaturas correlativas posteriores. Dicho enfoque entiende a la Matemática como un lenguaje y una herramienta para el modelado preciso de señales, sistemas y fenómenos de interés para la carrera. Asimismo, la asignatura fomenta el empleo de los soportes informáticos de la tecnología actual, tanto como herramientas de cómputo como de visualización.

## Objetivos

### OBJETIVOS

Al finalizar el curso, el estudiante debe dominar las siguientes técnicas y conceptos:

- El concepto de función matemática como representación de señales físicas y operaciones que se realizan sobre dichas señales.

Propiedades y representaciones de los números complejos. El concepto de función compleja como extensión natural de función real.

- El concepto de función compleja analítica, región de analiticidad y propiedades relacionadas con su integración.

- El concepto de serie compleja y su importancia en relación con las funciones analíticas. Las singularidades como características que concentran información relativa al comportamiento de funciones complejas en general, y funciones racionales en particular.

- El concepto de frecuencia compleja y la representación de señales reales en el dominio transformado de Laplace. La transformación de Laplace y sus propiedades como herramientas de análisis de señales reales y de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias.

- El concepto de contenido frecuencial de señales y su relación con la señal temporal. La transformación de Fourier y sus propiedades como herramientas de análisis del contenido frecuencial de señales físicas.

- El concepto de solución numérica, con su importancia práctica y diferencias con respecto a una solución analítica. Técnicas básicas de resolución numérica de ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias.

## Contenido Temático

### Unidad 1: NÚMEROS Y FUNCIONES COMPLEJAS

1.1 Los números complejos. Motivación: ejemplos de uso de números complejos en la ingeniería electrónica.

1.2 Propiedades algebraicas. Diferencias con los números reales.

1.3 Representaciones binómica, polar y exponencial. Operaciones algebraicas en las distintas representaciones.

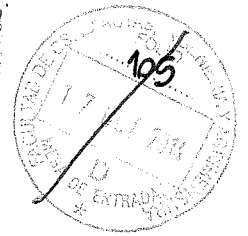
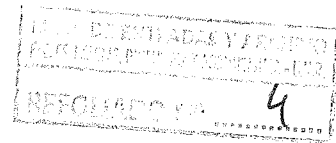
1.4 Nociones topológicas: entornos, conjuntos abiertos y cerrados, frontera.

1.5 Funciones de variable compleja. Representaciones. Evaluación de funciones complejas sobre los ejes real e imaginario.

1.6 Funciones elementales: exponencial, seno, coseno, logaritmo, raíz enésima.

1.7 Límite y continuidad de funciones complejas.

1.8 Derivadas. Propiedades.



- 1.9 Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
- 1.10 Funciones analíticas.

## Unidad 2: INTEGRACIÓN DE FUNCIONES COMPLEJAS

- 2.1 Curvas y contornos.
- 2.2 Integración sobre curvas. Existencia y cálculo de la integral. Propiedades.
- 2.3 Teorema de Cauchy-Goursat. Independencia del camino.
- 2.4 Función integral. Analiticidad. Primitivas.
- 2.5 Fórmula integral de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy para derivadas.
- 2.6 Teoremas: Morera, Módulo máximo de funciones analíticas, Rouché.

## Unidad 3: SERIES EN EL CAMPO COMPLEJO. SINGULARIDADES Y RESIDUOS.

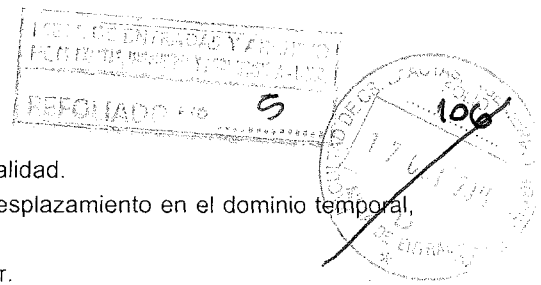
- 3.1 Representación de funciones analíticas por series de potencias.
- 3.2 Teorema de Taylor.
- 3.3 Teorema de Laurent.
- 3.4 Ceros de una función analítica.
- 3.5 Singularidades. Clasificación de singularidades aisladas.
- 3.6 Residuos. Teorema de los residuos.
- 3.7 Nociones sobre el Principio del argumento. Dedución para el caso de funciones racionales.

## Unidad 4: LA TRANSFORMACIÓN DE LAPLACE

- 4.1 Motivación: relaciones causa-efecto y solución de ecuaciones diferenciales lineales que representan sistemas dinámicos.
- 4.2 Impulsos: la "función delta" de Dirac. Motivación: conveniencia y necesidad de la interpretación de ciertos efectos como impulsos. Impulsos como límite de pulsos rectangulares.
- 4.3 Definición de la Transformación de Laplace. Existencia. Abscisa de convergencia.
- 4.4 Propiedades básicas.
- 4.5 Analiticidad y derivación de la función transformada. Transformada de derivadas e integrales.
- 4.6 Teoremas: primero y segundo de traslación, del valor inicial, del valor final. Aplicaciones sobre ejemplos de sistemas dinámicos.
- 4.7 Transformada del impulso (delta de Dirac).
- 4.8 Producto de convolución. Transformada del producto de convolución. Integral de Duhamel.
- 4.9 Aplicaciones a la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones integro-diferenciales lineales.
- 4.10 Transformada inversa de Laplace. Aplicación del teorema de los residuos en la deducción de la fórmula de la transformada inversa.

## Unidad 5: LA TRANSFORMACIÓN DE FOURIER

- 5.1 Motivación: contenido frecuencial de señales; filtros.
- 5.2 Repaso de series de Fourier. Forma compleja. Espectro discreto de una señal periódica.
- 5.3 Transformación de Fourier. Definición y existencia. Funciones absolutamente integrables.
- 5.4 Representación de señales en el dominio de las frecuencias. Espectros continuos. Amplitudes y fases.
- 5.5 Relación de la transformación de Fourier de una función de soporte compacto con la serie de Fourier de su periodización.
- 5.6 Propiedades básicas de la transformación de Fourier.
- 5.7 Transformada de Fourier de la función constante, signo, escalón e impulso.



- 5.8 Transformada de Fourier de funciones periódicas.
- 5.9 Inversión de la Transformación de Fourier. Propiedad de simetría o dualidad.
- 5.10 Otras propiedades de la transformación de Fourier: escalamiento, desplazamiento en el dominio temporal, modulación. Transformadas de derivadas e integrales.
- 5.11 Relaciones entre la transformada y la transformada inversa de Fourier.

## Unidad 6: INTRODUCCIÓN A LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS Y DIFERENCIALES ORDINARIAS

- 6.1 Motivación: necesidad del empleo de métodos numéricos en la ingeniería. Ejemplos.
- 6.2 Resolución aproximada de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.
- 6.3 Nociones básicas de ajuste de funciones.
- 6.4 Introducción a la integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias

### Modalidades de enseñanza-aprendizaje

La actividad curricular alternará distintas instancias:

Una instancia con un mayor protagonismo del docente quien, sobre la base de un material didáctico disponible y en permanente interacción con los alumnos, destaca la importancia de cada tema, presenta definiciones, enuncia y/o prueba propiedades relevantes y analiza ejemplos simples que faciliten la comprensión y conceptualización.

Una segunda instancia con un mayor protagonismo de los alumnos, quienes en grupos o individualmente trabajan sobre una guía de ejercicios y problemas, con el soporte de los docentes quienes interaccionan constantemente con cada grupo fomentando la discusión entre sus miembros y reorientando sus iniciativas.

De esta manera se busca construir conocimientos bien estructurados, en un contexto motivacional adecuado, sobre la base de la actividad del alumno en interacción con otros y abordando problemas debidamente contextualizados.

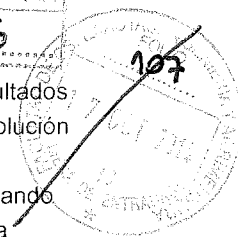
En este contexto el docente adopta el rol de facilitador, reforzando la confianza de los alumnos en su capacidad de aprendizaje y resolución de problemas; pero también actúa de observador y evaluador, detectando y ayudando a superar dificultades, proporcionando de este modo retroalimentación sobre el desarrollo del trabajo grupal.

Asimismo los docentes fijan una hora semanal de consulta en la que aclaran aquellos conceptos y problemas en los que los alumnos hayan encontrado dificultades. El lugar y horario de las mismas se publican en el transparente del Dpto. y en el transparente virtual.

### Actividades de Formación Práctica

Contemplan 7 Prácticas de Problemas y Ejercicios (PP) y un Trabajo Práctico (TP)

| Nº | Título                 | Descripción  |
|----|------------------------|--|
| 1  | PP Números Complejos   | Ejercitación de las operaciones con números complejos en las distintas formas de expresarlos.<br>Topología del campo complejo.                                 |
| 2  | PP Funciones complejas | Práctica sobre la definición de funciones complejas elementales, derivabilidad, analiticidad. Mapeos a través de dichas funciones.<br>Transformación bilineal. |



- |   |  |  |
|---|--|--|
| 3 | PP Integración de funciones complejas              | Práctica sobre la definición de integración, utilización de los resultados de teoremas para predecir algunos resultados y/o facilitar la resolución de estas.  |
| 4 | PP Series complejas                                | Práctica sobre aproximación de funciones mediante series, utilizando los resultados de los teoremas de Taylor y Laurent. Estudio de la convergencia de las distintas series.   |
| 5 | PP Singularidades de funciones complejas. Residuos | Práctica sobre singularidades de las funciones complejas. Clasificación de éstas y sobre todo clasificación de las singularidades aisladas de dichas funciones. Cálculo de residuos de funciones en los distintos puntos singulares. Aplicación del teorema de los residuos para integrar funciones complejas. |
| 6 | PP Transformada de Laplace                         | Práctica sobre uso de la transformada de Laplace para trabajar con señales y sistemas: descripción de señales y sistemas mediante el escalón de Heaviside, resolución de ecuaciones diferenciales, aplicación de los diversos teoremas para el análisis en el campo frecuencial complejo.                      |
| 7 | PP Transformada de Fourier                         | Práctica sobre uso de la transformada de Fourier para trabajar con señales y sistemas: resolución de ecuaciones diferenciales, aplicación de los diversos teoremas para el análisis en el campo frecuencial complejo. Relación entre Transformada de Laplace y de Fourier. Espectros.                          |
| 8 | PP Métodos Numéricos                               | Práctica sobre la aplicación de los distintos métodos de cálculo numérico. Resolución de problemas por distintos métodos.  |
| 9 | TP Métodos Numéricos                               | Trabajo Práctico que consta de la resolución de ejercicios y de problemas de aplicación a la Ingeniería.   |

### Evaluación

Se realizarán dos evaluaciones parciales de tipo práctico-conceptual, un trabajo práctico con problemas de aplicación sobre Métodos Numéricos (unidad 6) y un Coloquio Final. Las evaluaciones parciales comprenden el manejo de definiciones, propiedades, aplicación de resultados de diversos teoremas y la resolución de problemas.

Parcial N° 1: Comprende las unidades 1 y 2.

Parcial N° 2: Comprende las unidades 3, 4 y 5.

Coloquio Final: Comprende aspectos conceptuales y fundamentos teóricos de todas las unidades temáticas.

#### Instancias recuperatorias:

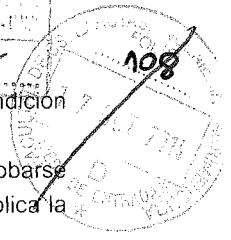
Durante el semestre, y luego de la semana 16, en coincidencia con las fechas de examen asignadas en el calendario académico, se brindarán instancias recuperatorias según el siguiente detalle:

1. el alumno que no haya aprobado uno de los dos parciales, podrá realizar, en las diferentes instancias recuperatorias, la evaluación práctica con los temas correspondientes al parcial no aprobado.
2. El alumno que no haya aprobado ninguno de los dos parciales podrá realizar, en las diferentes instancias recuperatorias, una evaluación práctica que será igual a la evaluación práctica del examen de alumnos libres.
3. El alumno que no haya aprobado el coloquio final podrá realizarlo en las diferentes instancias recuperatorias.

#### Condiciones de Promoción:

- aprobar los dos parciales o sus instancias recuperatorias.
- aprobar el trabajo práctico (presentación y defensa) sobre métodos de Análisis Numérico.
- aprobar el coloquio final o sus instancias recuperatorias.

Agotadas las instancias recuperatorias, el alumno que haya aprobado el Trabajo Práctico de Métodos Numéricos y los dos parciales pero no el coloquio final, queda en Condición Intermedia.



Agotadas las instancias recuperatorias, el alumno que no haya aprobado los dos parciales, queda en condición de Libre.

Condición Libre: El examen de libre consta de una primera instancia escrita de práctica, que deberá aprobarse para acceder a la segunda instancia sobre fundamentos teóricos. La aprobación de ambas instancias implica la acreditación de la asignatura.

Condición Intermedia. El examen en condición intermedia versará esencialmente sobre lo establecido para el Coloquio Final. Los alumnos que adquieran la Condición Intermedia serán evaluados en tal condición mientras dure la misma según la reglamentación vigente.

**Distribución de la carga horaria**

**Presenciales**

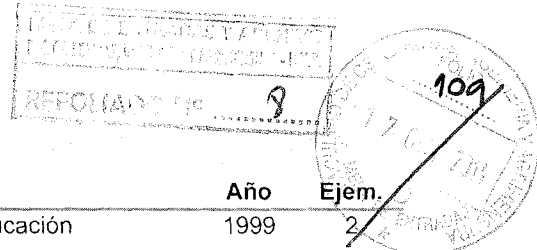
|           |                                      |               |
|-----------|--------------------------------------|---------------|
| Teóricas  |                                      | 40 Hs.        |
| Prácticas | Experimental de Laboratorio          | 0 Hs.         |
|           | Experimental de Campo                | 0 Hs.         |
|           | Resolución de Problemas y Ejercicios | 40 Hs.        |
|           | Problemas Abiertos de Ingeniería     | 0 Hs.         |
|           | Actividades de Proyecto y Diseño     | 0 Hs.         |
|           | Práctica Profesional Supervisada     | 0 Hs.         |
|           | <b>Total</b>                         | <b>80 Hs.</b> |
|           | Evaluaciones                         | 5 Hs.         |

Dedicadas por el alumno fuera de clase

|  |   |               |
|--|---|---------------|
|  | Preparación Teórica   | 18 Hs.        |
|  | Preparación Práctica  | 18 Hs.        |
|  | Elaboración y redacción de informes, trabajos, presentaciones, etc. | 10 Hs.        |
|  | <b>Total</b>  | <b>46 Hs.</b> |

**Bibliografía básica**

| Título   | Autores                          | Editorial         | Año  | Ejem. |
|--|----------------------------------|-------------------|------|-------|
| Matemática Avanzada para Ingeniería                  | Glynn, James                     | Prentice-Hall     | 2002 | 2     |
| Matemáticas Superiores para Ingeniería               | Wylie, Ray C.                    | McGraw-Hill       | 1986 | 6     |
| Variable Compleja Transformada de Laplace            | Spiegel, Murray                  | McGraw-Hill       | 1991 | 6     |
| Análisis de Fourier                                  | Spiegel, Murray                  | McGraw-Hill       | 1984 | 2     |
| Métodos numéricos para Ingenieros                    | Chapra, Steven- Canales, Raymond | McGraw-Hill       | 1986 | 2     |
| Análisis numérico y Visualización gráfica con Matlab | Nakamura, Soichiro               | Pearson Educación | 1999 | 5     |
| Métodos numéricos con Matlab                         | Mathew, John - Fink, Kurtis      | Pearson Educación | 1997 | 5     |
| Variable compleja y aplicaciones                     | Churchill, Ruel - Brown, K       | McGraw-Hill       | 2000 | 5     |



### Bibliografía complementaria

| Título                                   | Autores                      | Editorial                         | Año  | Ejem. |
|--|------------------------------|-----------------------------------|------|-------|
| Variable Compleja con Aplicaciones       | Wunsch, David                | Pearson Educación                 | 1999 | 2     |
| Matemática Avanzada para la Física       | Balanzat, Manuel             | Eudeba                            | 1994 | 2     |
| Matemática Avanzadas para Ingeniería     | Zill, Dennis-Cullen, Michael | McGraw-Hill                       | 2008 | 2     |
| Métodos numéricos aplicados con software | Nakamura, Soichiro           | Prentice-Hall<br>Hispanoamericana | 1993 | 5     |

### Recursos web y otros recursos

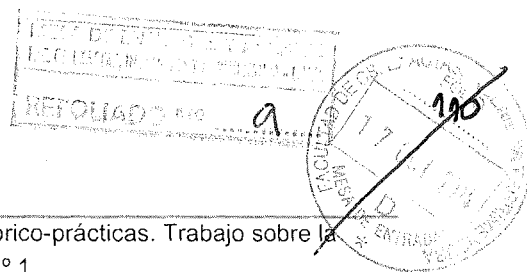
En esta asignatura se trabaja principalmente con materiales de apoyo y guías de estudio elaborados por la cátedra, organizados por Unidades Temáticas.

Todo el material está disponible en la plataforma educativa C-Virtual: [www.c-virtual.fceia.unr.edu.ar](http://www.c-virtual.fceia.unr.edu.ar)

Los docentes de las distintas comisiones utilizan este recurso para publicar otra información de interés, fechas de consulta, y otros materiales complementarios especialmente seleccionados.

## Cronograma de actividades

| Semana | Unidad | Tema  | Actividad  |
|--------|--------|---|--|
| 1      | 1      | Números Complejos: distintas representaciones, operaciones.<br>Ejemplos de uso de números complejos en la ingeniería electrónica.<br>Nociones topológicas: entornos, conjuntos abiertos y cerrados, frontera. | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 1.                  |
| 2      | 1      | Funciones de variable compleja: continuidad, derivabilidad, analiticidad.<br>Ecuaciones de Cauchy - Riemann   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 2.                  |
| 3      | 1      | Funciones elementales: exponencial, seno, coseno, logaritmo, raíz enésima.<br>Mapeos lineales, transformación bilineal.   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 2.                  |
| 4      | 2      | Integración de funciones complejas.<br>Teorema de Cauchy-Goursat. Primitivas.   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 3                   |
| 5      | 2      | Fórmula integral de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy para derivadas.<br>Teoremas: Morera, Módulo máximo de funciones analíticas, Rouché.  | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 3.                  |
| 6      | 3      | Representación de funciones analíticas por series de potencias: Teorema de Taylor.  | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 4.                  |
| 7      | 3      | Teorema de Laurent.<br>Ceros de una función analítica.<br>Singularidades. Clasificación de singularidades aisladas.   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre las Prácticas N° 4 y 5.            |
| 8      | 3      | Residuos. Teorema de los residuos.<br>Principio del argumento. Deducción para el caso de funciones racionales.  | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 5.                  |
| 9      | 4      | Transformación de Laplace   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 6.<br>Parcial N° 1. |
| 10     | 4      | Transformación de Laplace   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 6                   |
| 11     | 4      | Transformación de Laplace   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 6.                  |
| 12     | 5      | Transformación de Fourier   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 7.                  |
| 13     | 5      | Transformación de Fourier   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 7.<br>Parcial N° 2. |
| 14     | 6      | Métodos de Resolución numérica de ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias.<br>Resolución aproximada de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales.   | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 8.                  |
| 15     | 6      | Nociones básicas de ajuste de funciones.<br>Introducción a la integración numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias.  | Clases teórico-prácticas. Trabajo sobre la Práctica N° 8.                  |

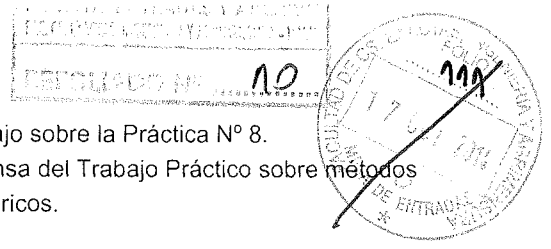




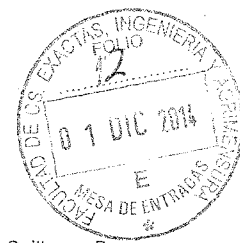
16

6 Métodos de Resolución Numérica de ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias.

Trabajo sobre la Práctica N° 8.  
Defensa del Trabajo Práctico sobre métodos numéricos.



DUPLICADO



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS,  
INGENIERIA Y AGRIMENSURA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

"2014-Año de Homenaje al Almirante Guillermo Brown, en el Bicentenario del Combate Naval de Montevideo"

Expediente N° 58315 S/R 007-K.-

Rosario, 21 de noviembre de 2014.-

VISTO que Secretaría Académica eleva para su aprobación el programa de la asignatura de la Escuela de Formación Básica, FB 20 "Matemática Aplicada", vigente a partir del año 2014, correspondiente al Plan de Estudios de la carrera de Ingeniería Electrónica aprobado por Resolución C.S. N° 372/14 y al Plan de Estudios de la carrera de Ingeniería Eléctrica aprobado por Resolución C.S. N° 371/14.-

CONSIDERANDO:

Que el mismo responde a los lineamientos establecidos en la Resolución N° 869/14 – C.D. (Formulario de Programas de asignaturas de las distintas carreras que se cursan en esta Facultad).-

Que el tema fue tratado y aprobado en la reunión del Consejo Directivo del día de la fecha.-

Por ello,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE  
CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y AGRIMENSURA  
RESUELVE:

ARTÍCULO 1º: Aprobar el programa de la asignatura FB 20 "Matemática Aplicada", vigente a partir del año 2014, correspondiente al Plan de Estudios de la carrera de Ingeniería Electrónica aprobado por Resolución C.S. N° 372/14 y al Plan de Estudios de la carrera de Ingeniería Eléctrica aprobado por Resolución C.S. N° 371/14, cuyas fotocopias autenticadas forman parte de la presente resolución.-

ARTICULO 2º: Regístrese, comuníquese, sáquese copia, tome nota Dirección General de Administración a sus efectos, pase a conocimiento de Secretaría Académica, del Departamento Registro de Alumnos y de la Escuela de Formación Básica, cumplido, agréguese a sus antecedentes.-

RESOLUCION N° 925/14 - C. D.-

|    |
|----|
| CD |
| JT |
| JT |
| JT |

PATRICIA NILDA PINACCA  
Directora Gral. de Administración  
F.C.E.I.A.

Ing. OSCAR E. PEIRE  
Decano - FCEIA

SUSANA B. MIGLIORANZA  
Directora Operativa  
Consejo Directivo - F.C.E.I.A.